

# Treillis de Galois, collection topologique et analyse des réseaux auto-catalytiques

Jean-Louis GIAVITTO, Olivier MICHEL

LaMI<sup>1</sup>, Équipe SPÉCIF, UMR 8042 CNRS, Université d'Évry val d'Essonne, GENOPOLE  
Tour Evry-2, 523 Place des terrasses de l'agora, 91000 Évry Cedex

5 janvier 2005

**Mots-clés :** treillis de galois, apprentissage symbolique, analyse des réseaux de régulation.

**Public visé :** DEA Bio-Informatique, DEA Informatique, stage Polytechnique, stage IIE, stage ENS.

## Contexte de l'étude

Le projet MGS développe un langage de programmation original dédié à la modélisation et la simulation de systèmes dynamiques complexes (en particulier en biologie). MGS permet la représentation d'organisations sophistiquées entre des entités variables et hétérogènes, ainsi que leur transformation par des règles locales (interactions). Ces travaux se fondent sur des notions de topologie algébrique et permettent des modèles de calculs variés comme les L-systèmes, le calcul chimique ou bien les automates cellulaires.

La structure de données fondamentale en MGS est la *collection topologique*. Une collection topologique est un ensemble d'éléments organisés par une relation de voisinage. Une *transformation* permet de spécifier de nouvelles fonctions sur les collections par des cas filtrant des *sous-collections*. Ces notions permettent d'unifier dans le même cadre formel les différents modèles de calculs cités plus haut. Pour chacun des modèles il suffit de choisir le bon voisinage pour la collection utilisée.

Un point remarquable est l'existence d'un langage de filtres, utilisé pour écrire les règles d'une transformation, qui est commun à tous les types de collection. Ce langage de filtres se fonde sur la notion de voisinage.

## Sujet du stage

Un *treillis de Galois* peut se voir du point de vue de MGS comme un graphe construit à partir d'une relation binaire entre un ensemble d'entités et un ensemble d'attributs. La construction de ce graphe est une opération fondamentale en apprentissage symbolique. Le travail débutera par l'acquisition de ces outils mathématiques et se poursuivra par une étude bibliographique approfondie des approches symboliques existantes dans ce domaine.

Le but de ce stage est multiple. En premier lieu, il s'agit d'étudier comment la notion de treillis de Galois peut être ajouté à MGS sous la forme d'un nouveau type de collection topologique. L'objectif n'est pas de redévelopper une librairie permettant la construction et la manipulation de treillis mais plutôt d'intégrer une bibliothèque existante dans le cadre de MGS.

On étudiera ensuite l'application de la notion de treillis de Galois à l'analyse des réseaux auto-catalytiques et de leurs dynamiques. On s'appuiera sur les outils développés en MGS pour illustrer cette étude, à partir de l'approche développée par P. dittrich en *chimie artificielle*<sup>2</sup>.

Si la durée du stage le permet, on se penchera sur les relations entre les notions de treillis de Galois et la notion de *complexe simplicial abstrait* développée en topologie algébrique combinatoire. Cette structure mathématique<sup>3</sup> a été utilisée dans les années 70 par R. Atkin pour représenter une relation binaire entre deux ensembles quelconques par un objet spatial : c'est la *q*-analyse.

---

<sup>1</sup> *Contacts* : par courrier électronique : {giavitto, michel}@ReMoVeMeFIRST.lami.univ-evry.fr. Des informations supplémentaires sont disponibles à partir de la page : <http://mgs.lami.univ-evry.fr>

<sup>2</sup> <http://ls11-www.cs.uni-dortmund.de/achem/>

<sup>3</sup> <http://www.lami.univ-evry.fr/~giavitto/UTopoIa/>