

Structures de données indexées par un monoïde

Jean-Louis GIAVITTO, Olivier MICHEL

LaMI¹, Équipe SPÉCIF, UMR 8042 CNRS, Université d'Évry val d'Essonne, GENOPOLE
Tour Evry-2, 523 Place des terrasses de l'agora, 91000 Évry Cedex

2 décembre 2003

Mots-clés : champ de données, GBF, monoïde, tableau, graphe, langage régulier.

Public visé : DEA Informatique, stage Polytechnique, stage IIE, stage ENS.

Contexte de l'étude

Le projet MGS développe un langage de programmation original dédié à la modélisation et la simulation de systèmes dynamique à structure dynamique. Pour ce faire, MGS permet la représentation d'organisations complexes entre des entités variables et hétérogènes, ainsi que leur transformation par des règles locales. Ces travaux trouvent leurs inspirations dans les travaux de J. Von Neuman sur les automates cellulaire, A. Lindenmayer sur les L systèmes, G. Paun sur les P systèmes, G. Berry *et al.* sur la CHAM et la réécriture de multi-ensembles.

La structure de données fondamentale en MGS est la *collection topologique*. Une collection topologique est un ensemble d'éléments organisés par une relation de voisinage. Une *transformation* permet de spécifier de nouvelles fonctions sur les collections par des cas filtrant des *sous-collections*.

Ces notions permettent d'unifier dans le même cadre formel les différents modèles de calculs cités plus haut. Pour chacun des modèles il suffit de choisir le bon voisinage pour la collection utilisée.

Sujet du stage

Champ de données et GBF. Dans le langage MGS, les structures de données sont vues comme un moyen d'associer une valeur à un ensemble de *positions*. Cet ensemble est muni d'une organisation topologique (un type MGS) qui spécifie les voisins d'une position. Une telle structure est appelée un *champ de données*.

Le langage MGS introduit la notion de GBF². Acronyme de « Group Based Fields », les GBF sont des champs de données dont l'organisation topologique est spécifiée par un groupe mathématique. Ce groupe représente les déplacements permis d'une position à une autre. L'organisation produite peut se visualiser à l'aide du graphe de Cayley du groupe : les positions sont les sommets du graphe et un arc relie un sommet à un autre s'il existe un mot du groupe (= un déplacement), qui permet de passer de l'un à l'autre.

L'exemple le plus naturel est celui des tableaux à d dimensions : ce sont des GBF dont le groupe est $(\mathbb{Z}^d, +)$ (le groupe des d -uplets d'entiers relatifs muni de l'addition). Un arbre binaire est un GBF sur le groupe libre à 2 générateurs, etc. Des exemples sont donnés à partir de la page <http://mgs.lami.univ-evry.fr/{\tild}mgs>.

Champ indexé par un monoïde. Dans ce stage, il s'agit de développer une notion de champ de données indexé par les éléments d'un monoïde. La structure de monoïde présente moins de contraintes que la structure de groupe et permet de représenter des topologies nouvelles. On s'intéressera aux monoïdes libres puis aux constructions de quotient et de restriction. On étudiera le lien avec les notions de langage régulier et de graphe³. On validera les propositions étudiées en montrant qu'elles permettent de définir de façon élégante diverses structures de données et qu'elles permettent l'expression concise de plusieurs algorithmes sur les graphes et les tableaux. Suivant le temps disponible, ces propositions seront validées par une implémentation.

¹*Contacts :* par courrier électronique : {giavitto, michel}@ReMoVeMeFIRST.lami.univ-evry.fr. Des informations supplémentaires sont disponibles à partir de la page : <http://mgs.lami.univ-evry.fr>

²J.-L. Giavitto & O. Michel, *Declarative definition of group indexed data structures and approximation of their domains*. PPDP'01 ACM SIGPLAN Int. Conf., ACM press, septembre 2001.

³H. Conway, *Regular Algebra and Finite Machines*, Chapman & Hall, 1971.

Voir aussi : <http://delta.cs.cinvestav.mx/~mcintosh/newweb/cf/debruijn.html>