

Treillis de Galois, collection topologique et analyse des réseaux de régulation

Jean-Louis GIAVITTO, Olivier MICHEL

LaMI¹, Équipe SPÉCIF, UMR 8042 CNRS, Université d'Évry val d'Essonne, GENOPOLE
Tour Évry-2, 523 Place des terrasses de l'agora, 91000 Évry Cedex

2 décembre 2003

Nombre d'étudiants : 1, ou 1 binôme

Mots-clés : treillis de galois, apprentissage symbolique, analyse des réseaux de régulation.

Public visé : DEA Bio-Informatique, DEA Informatique, stage Polytechnique, stage IIE, stage ENS.

Contexte de l'étude

Le projet MGS développe un langage de programmation original dédié à la modélisation et la simulation de processus biologiques à structure dynamique. Pour ce faire, MGS permet la représentation d'organisations complexes entre des entités variables et hétérogènes, ainsi que leur transformation par des règles locales. Ces travaux trouvent leurs inspirations dans les travaux de J. Von Neuman sur les automates cellulaires, A. Lindenmayer sur les L systèmes, G. Paun sur les P systèmes, G. Berry *et al.* sur la CHAM et la réécriture de multi-ensembles.

La structure de données fondamentale en MGS est la *collection topologique*. Une collection topologique est un ensemble d'éléments organisés par une relation de voisinage. Une *transformation* permet de spécifier de nouvelles fonctions sur les collections par des cas filtrant des *sous-collections*. Ces notions permettent d'unifier dans le même cadre formel les différents modèles de calculs cités plus haut. Pour chacun des modèles il suffit de choisir le bon voisinage pour la collection utilisée. Un point remarquable est l'existence d'un langage de filtres, utilisé pour écrire les règles d'une transformation, qui est commun à tous les types de collection. Ce langage de filtres se fonde sur la notion de voisinage et de chemin.

Sujet du stage

Un *treillis de Galois* peut se voir du point de vue de MGS comme un graphe construit à partir d'une relation binaire entre un ensemble d'entités et un ensemble d'attributs. La construction de ce graphe est une opération fondamentale en apprentissage symbolique. Le travail débutera par l'acquisition de ces outils mathématiques et se poursuivra par une étude bibliographique approfondie des approches symboliques existantes dans ce domaine.

Le but de ce stage est multiple. En premier lieu, il s'agit d'étudier comment la notion de treillis de Galois peut être ajoutée à MGS sous la forme d'un nouveau type de collection topologique. L'objectif n'est pas de redévelopper une librairie permettant la construction et la manipulation de treillis mais plutôt d'intégrer une bibliothèque existante dans le cadre de MGS.

On étudiera ensuite l'application de la notion de treillis de Galois à l'analyse des réseaux de régulation génétique et de leurs dynamiques. La dynamique d'un réseau d'interaction (la succession temporelle de l'activité des gènes), peut exhiber plusieurs structures possibles. On peut s'intéresser par exemple à la fréquence d'apparition d'un état (dans une approche statistique) ou bien aux règles de succession des états (dans une approche syntaxique). On s'appuiera sur les outils développés en MGS pour illustrer cette étude.

Si la durée du stage le permet, on se penchera sur les relations entre les notions de treillis de Galois et la notion de *complexe simplicial abstrait* développée en topologie algébrique combinatoire. Cette structure mathématique² a été utilisée dans les années 70 par R. Atkin pour représenter une relation binaire entre deux ensembles quelconques par un objet spatial : c'est la *q*-analyse.

¹Contacts : par courrier électronique : {giavitto, michel}@ReMoVeMeFIRST.lami.univ-evry.fr. Des informations supplémentaires sont disponibles à partir de la page : <http://mgs.lami.univ-evry.fr>

²<http://www.lami.univ-evry.fr/~giavitto/UTopoIa/>